

## Model de rezolvare a unui subiect pentru examenul de titularizare în învățământ

### SUBIECTUL al III-lea

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a IX-a (4 ore).

| Competențe specifice                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Conținuturi                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. <b>Diferențierea</b> , prin exemple, a variației liniare de cea pătratică<br>2. <b>Completarea</b> unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea<br>3. <b>Aplicarea</b> unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)<br>4. <b>Exprimarea</b> proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice<br>5. <b>Utilizarea</b> relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații<br>6. <b>Utilizarea</b> funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese | <b>Funcția de gradul al II-lea</b><br>• Reprezentarea grafică a funcției<br>$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$ , cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$ , intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$ , simetria față de drepte de forma $x=m$ , cu $m \in \mathbb{R}$<br>• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma<br>$\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}, \text{ cu } s, p \in \mathbb{R}$ |

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

Prezentați activitățile desfășurate în cadrul procesului de predare-învățare-evaluare în vederea formării/dezvoltării unei competențe specifice precizate în secvența de mai sus.

Se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- precizarea formei de organizare a activității de învățare;
- menționarea unei metode de învățare centrate pe elev, argumentând alegerea metodei;
- detalierea activității de învățare propuse prin exemplificarea utilizării metodei pentru care ați optat;
- elaborarea a trei itemi: un *item de tip completare*, un *item de tip alegere multiplă* și un *item de tip rezolvare de probleme* în vederea evaluării formării/dezvoltării competenței specifice alese; respectarea formatului fiecărui item elaborat; formularea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.

Din secvența referitoare la „Funcția de gradul al II-lea” am ales să dezvolt competența specifică „Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații”. Activitatea de învățare va fi organizată pe grupe, iar metoda de învățare folosită va fi „Cubul”.

Metoda cubului contribuie la dezvoltarea capacităților de analiză, sinteză, aplicare, transfer și argumentare ale elevilor, la formarea unei imagini globale asupra problemei abordate, dezvoltând competențele de comunicare și motivația acestora, fiind o metodă de învățare care implică fiecare elev în activitate.

Am ales metoda cubului pentru că permite o abordare complexă a temei propuse, permițând elevilor să exploreze subiectul propus din 6 perspective: *descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează*.

La începutul activității de învățare li se prezintă elevilor modalitatea de desfășurare a acesteia și cubul pe ale cărui fețe colorate diferit sunt scrise cele șase cuvinte ce descriu perspectiva din care vor trata elevii tema propusă.

Elevii sunt împărțiți în șase grupe și câte un elev din fiecare grupă aruncă cubul. Cuvântul înscris pe fața de sus a cubului va reprezenta sarcina de lucru a fiecărei grupe.

Grupa „Describe” va răspunde la următoarele cerințe:

1. Descrieți modalitatea de rezolvare a ecuației de gradul al doilea cu soluții reale.
2. Scrieți relațiile lui Viète.
3. Descrieți modalitatea de formare a unei ecuații de gradul al doilea când se cunosc soluțiile sale.
4. Descrieți modalitatea de rezolvare a sistemelor de forma  $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$ , cu  $s, p \in R$

Grupa „Compară” va răspunde următoarelor cerințe:

1. Fie ecuația:  $5x^2 - 4x - 1 = 0$ . Stabiliți asemănările și deosebirile dintre studiul semnelor soluțiilor ecuației de gradul al doilea, prin rezolvare directă sau folosind relațiile lui Viète.
2. Comparați modalitățile de rezolvare a sistemului de ecuații de forma  $\begin{cases} x + y = -7 \\ xy = 12 \end{cases}$ , prin metoda substituției sau folosind relațiile lui Viète.

Grupa „Asociază” va răspunde următoarelor cerințe:

1. Se consideră ecuația:  $3x^2 - 5x + 2 = 0$ . Asociați fiecărui element din coloana A elementul corespunzător din coloana B.

| A                  | B                 |
|--------------------|-------------------|
| 1) $x_1 + x_2$     | a) $\frac{1}{9}$  |
| 2) $x_1 x_2$       | b) $\frac{13}{9}$ |
| 3) $x_1^2 + x_2^2$ | c) $\frac{2}{3}$  |
| 4) $ x_1 - x_2 $   | d) $\frac{5}{3}$  |

2. Fie  $x_1, x_2$  soluțiile reale ale unei ecuații de gradul al doilea. Asociați soluțiilor din coloana A ecuațiile corespunzătoare din coloana B.

| A                                           | B                       |
|---------------------------------------------|-------------------------|
| a) $x_1 = 2, x_2 = 3$                       | 1) $x^2 + 10x + 16 = 0$ |
| b) $x_1 = 2 + \sqrt{3}, x_2 = 2 - \sqrt{3}$ | 2) $x^2 - 5x + 6 = 0$   |
| c) $x_1 = -2, x_2 = -8$                     | 3) $x^2 - 4x + 1 = 0$   |

Grupa „Analizează” va răspunde următoarei cerințe:

Se consideră ecuația  $mx^2 + 2(m+1)x + |m-2| = 0$ , unde  $m$  este un parametru real. Studiați semnul soluțiilor ecuației și sistematizați rezultatele într-un tabel.

Elevii din grupa „Argumentează” vor răspunde următoarelor cerințe:

- Se consideră ecuația  $x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ , unde  $m$  este un număr real.
  - Demonstrați că ecuația are două soluții reale, oricare ar fi  $m \in \mathbb{R}$ .
  - Demonstrați că ecuația are ambele soluții mai mari decât  $-1$ , oricare ar fi  $m \in (0, +\infty)$
  - Determinați  $m$  astfel încât ecuația să aibă ambele soluții pozitive.

Elevii din grupa „Aplică” vor avea de rezolvat următoarele exerciții:

- Fie ecuația  $2x^2 - 3x + 6 = 0$ . Să se calculeze: a)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ ; b)  $\frac{1}{x_1 + 3} + \frac{1}{x_2 + 3}$
- Fie  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile unei ecuații de grad al doilea. Scrieți ecuația corespunzătoare dacă  $x_1 = 5$  și  $x_2 = -4$ .
- Rezolvați sistemul de ecuații: 
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ xy = -20 \end{cases}$$
- Se consideră ecuația:  $mx^2 + (2m+1)x + m+1 = 0$ , unde  $m \in \mathbb{R}^*$ . Determinați  $m \in \mathbb{R}^*$  astfel încât să aibă loc relația:  $m(x_1 + x_2) - mx_1x_2 = 3$ .

După finalizarea sarcinilor de lucru, un elev din fiecare grupă va prezenta întregii clase tema din perspectiva aleasă și va răspunde întrebărilor adresate de colegii din celelalte grupe. Se va folosi hârtie pentru flipchart, fiecare grupă afișând pe tablă foaia conținând rezolvarea sarcinii de lucru avute.

Pentru evaluarea dezvoltării competenței specifice „Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații”, se va administra un test format din trei exerciții ce conțin itemi diferiți: *itemi de tip completare cu răspuns scurt, itemi de tip alegere multiplă și itemi de tip rezolvare de probleme*.

Primul exercițiu conține trei itemi de tip completare cu răspuns scurt, al doilea exercițiu conține trei itemi de tip alegere multiplă, iar al treilea exercițiu este un item de tip rezolvare de probleme.

## Test

1. Completează spațiile punctate astfel încât să obții afirmații adevărate:

10p a) Numărul real  $m$  pentru care soluțiile ecuației  $mx^2 - 4x + 1 = 0$  sunt pozitive aparține intervalului...

10p b) Dacă  $x_1$  și  $x_2$  sunt soluțiile ecuației  $x^2 + x - 1 = 0$ , atunci  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$  este egal cu...

10p c) Perechile de numere reale  $(a, b)$  pentru care  $a^2 + b^2 = a + b = 2$  sunt...

2. Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

10p a) Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - 3mx + 2 = 0$ , unde  $m$  este număr real. Numărul real  $m$ , pentru care  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 1 = 0$  este egal cu:

A. 1                      B. -1                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$

10p b) Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$ . Pentru orice număr real  $m$ ,  $(x_1 - x_2)^2$  este egal cu:

A. 0                      B. 4                      C. -8                      D. 1

10p c) Soluția sistemului de ecuații  $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases}$  este:

A.  $(\frac{1}{2}, 6)$                       B.  $(1, 3)$                       C.  $(-3, -1)$                       D.  $(-1, -3)$

3. Fie ecuația  $4mx^2 + 4(1 - 2m)x + 3(m - 1) = 0$ . Să se determine valorile lui  $m$  astfel încât să avem:

16p a) ambele rădăcini pozitive;

7p b) ambele rădăcini mai mici decât 1;

7p c) o rădăcină mai mică decât 1 și alta mai mare decât 1.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Barem de evaluare

1. a)  $(0, 4]$ ; b) -3; c)  $(1, 1)$

2. a) B; b) D; c) B

Pentru itemii 1 și 2 se acordă 10 puncte pentru fiecare răspuns corect.

3.

a)  $S = x_1 + x_2 = \frac{2m-1}{m}$ ,  $P = \frac{3m-3}{4m}$ ,  $\Delta = 16(m^2 - m + 1) > 0, \forall m \in \mathbb{R}$  10 puncte

$S > 0, P > 0$ , deci  $m \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$  6 puncte

b)  $x_1 - 1 < 0, x_2 - 1 < 0$ ,  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{-m+1}{4m} > 0, m \in (0, 1)$  7 puncte

c)  $x_1 - 1 < 0, x_2 - 1 > 0$ ,  $(x_1 - 1)(x_2 - 1) = \frac{-m+1}{4m} < 0, m \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$  7 puncte